SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

SEMESTRAL

UNI





GEOMETRÍA

TEMA: PUNTOS NOTABLES I

PUNTOS NOTABLES I

OBJETIVOS

1. Presentar los principales puntos notables respecto del triángulo asi las formas de ubicar dicho punto.

2. Presentar los principales teoremas relacionados a cada punto notable

3. Aplicar lo aprendido en problemas tipo de admisión UNI



ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

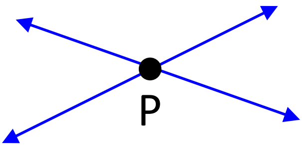
PUNTOS NOTABLES I

DEFINICIÓN:

- Son aquellos puntos de concurrencia de líneas notables de la misma especie.

- PUNTO DE INTERSECCIÓN

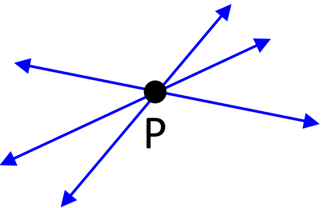
Es aquel punto en común de dos rectas.



P: punto de intersección

- PUNTO DE CONCURRENCIA

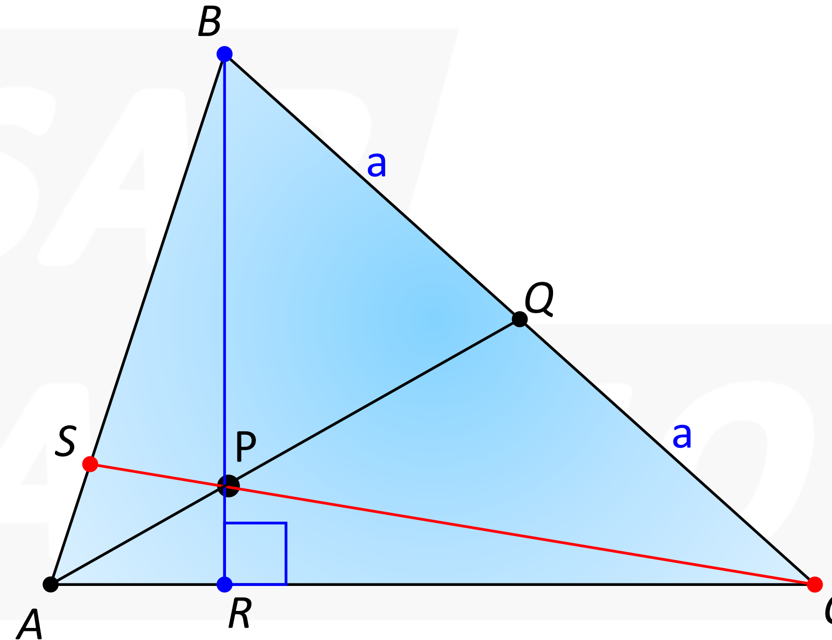
Es aquel punto en común de tres a más rectas.



P: punto de concurrencia

NOTA:

Si en un triángulo trazamos altura, mediana y una ceviana concurrentes en un punto, dicho punto es notable?



Para que sea punto notable, las líneas tienen que ser de la misma especie. Bien alturas, bien medianas o bien bisectrices, pero no se pueden combinarse.

∴ P no es punto notable.

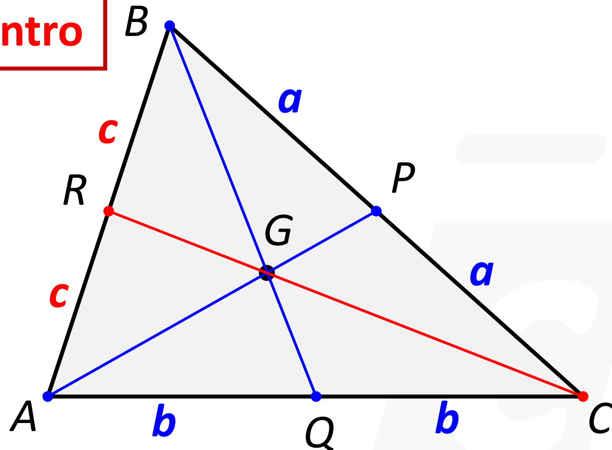


ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

BARICENTRO.

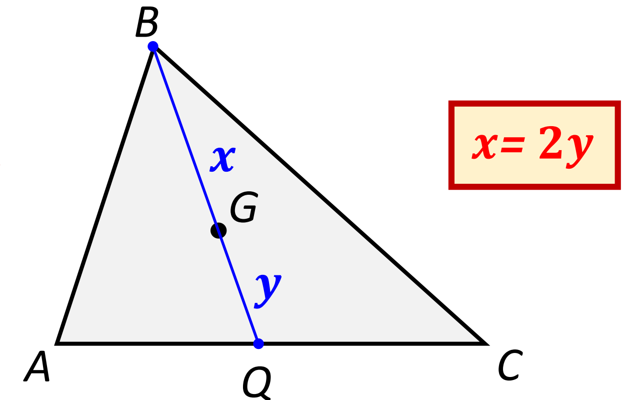
Punto de concurrencia de las tres medianas en un triángulo.

G: Baricentro



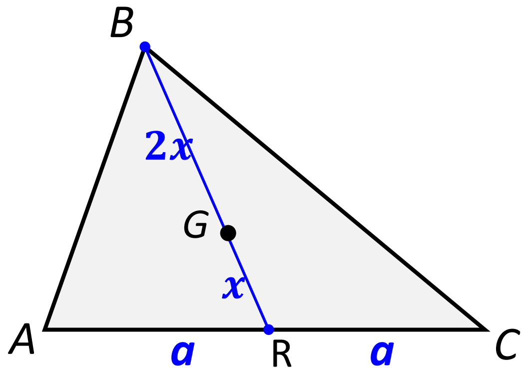
TEOREMA:

El baricentro(G) divide a cada mediana de un triángulo en dos segmentos cuyas longitudes están en la razón 1:2



$x = 2y$

Otra forma de ubicar el baricentro.



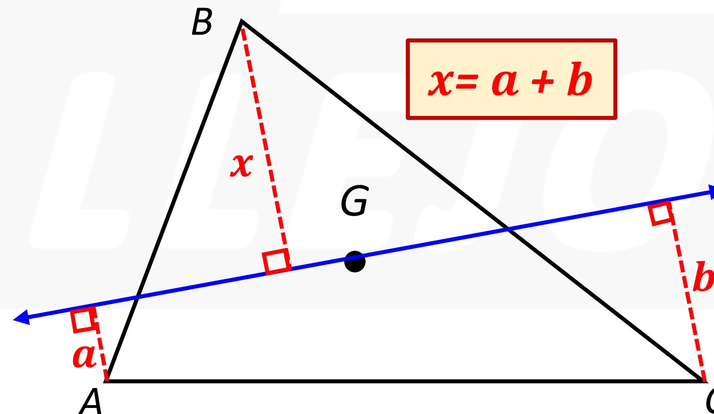
- Si $\overline{BR}$ es Mediana y BG =2(GR)

Se cumple:

G: Baricentro

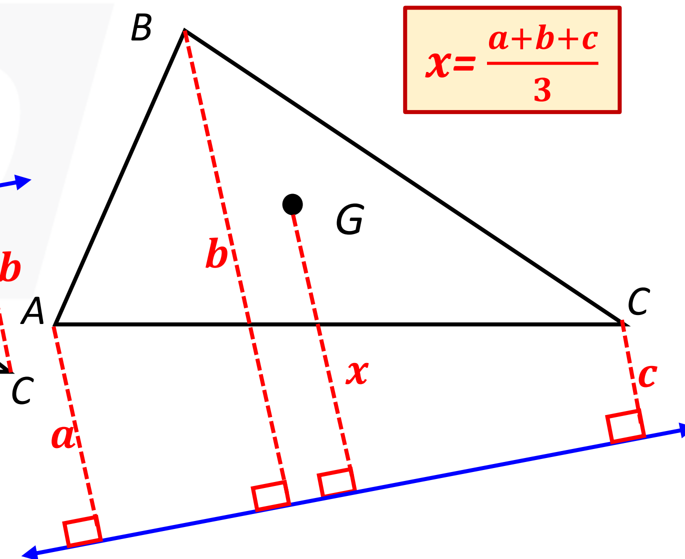
Teoremas para tener en cuenta.

G: Baricentro del ΔABC



$x = a + b$

G: Baricentro del ΔABC

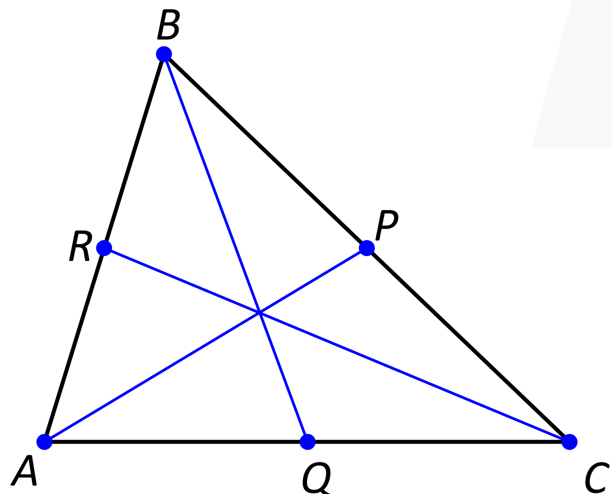


$x = \frac{a+b+c}{3}$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

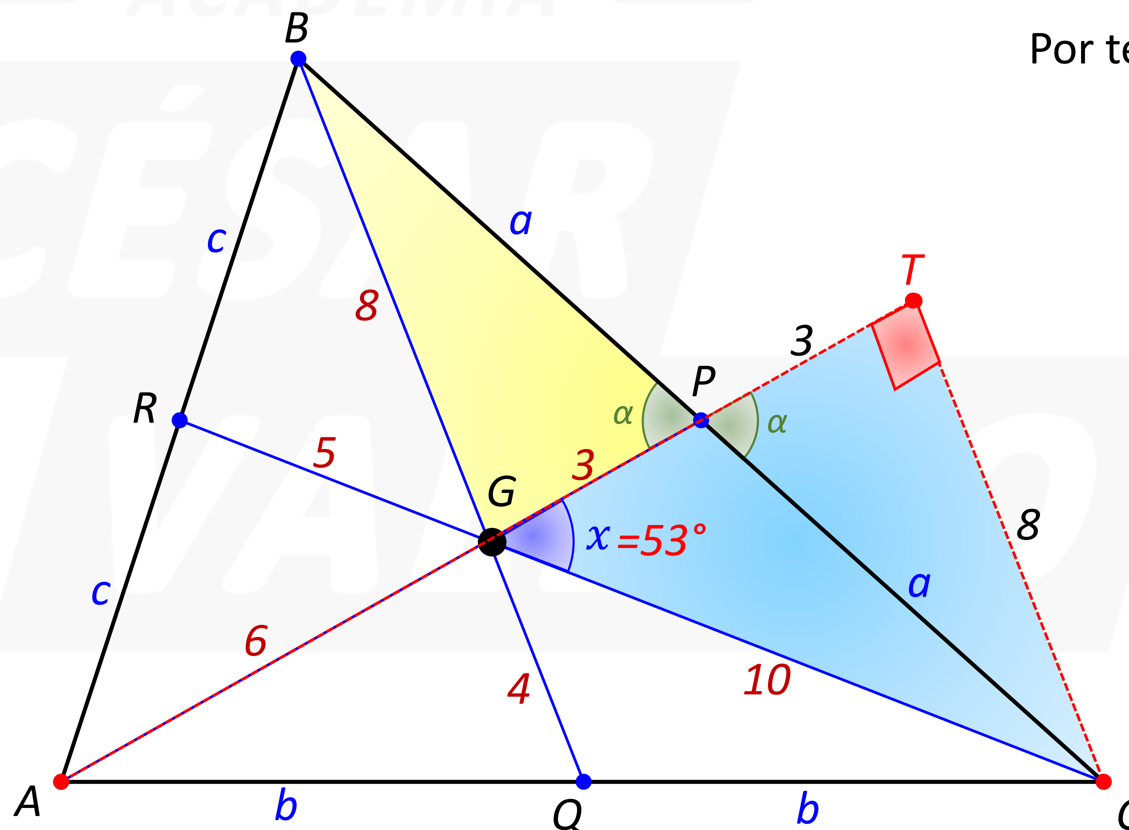
APLICACIÓN

Del gráfico $\overline{AP}$, $\overline{BQ}$ Y $\overline{CR}$ son medianas de longitudes 9, 12 y 15 respectivamente. Calcule medida del ángulo menor entre $\overline{AP}$ y $\overline{CR}$.



RESOLUCIÓN:

Nos piden la medida del ángulo menor entre $\overline{AP}$ y $\overline{CR}$: x



Dato: $\overline{AP}$, $\overline{BQ}$ Y $\overline{CR}$ son medianas:
G: Baricentro

Por teorema:

$AG = 2(GP) = 6 \rightarrow GP=3$

$BG = 2(GQ) = 8 \rightarrow GQ=4$

$CG = 2(GR) = 10 \rightarrow GR=5$

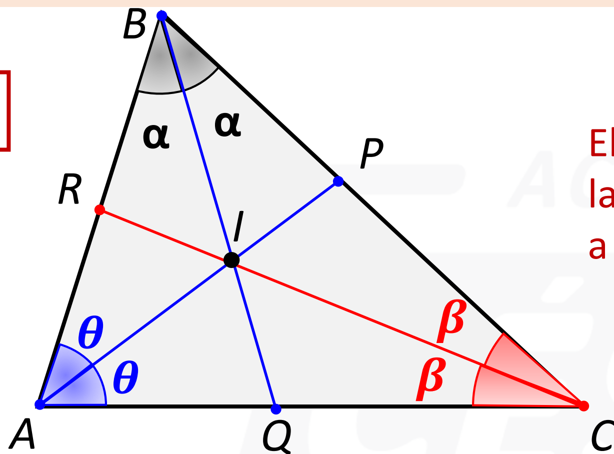
- Prolongamos $\overline{AP}$ hasta T, tal que PT=3.
- El ΔGPB ≅ ΔTPC (LAL):
  Con respecto a α:
  TC=8
- Entonces el ⊿GTC es notable de 37° y 53°:
  ∴ x = 53°

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

INCENTRO

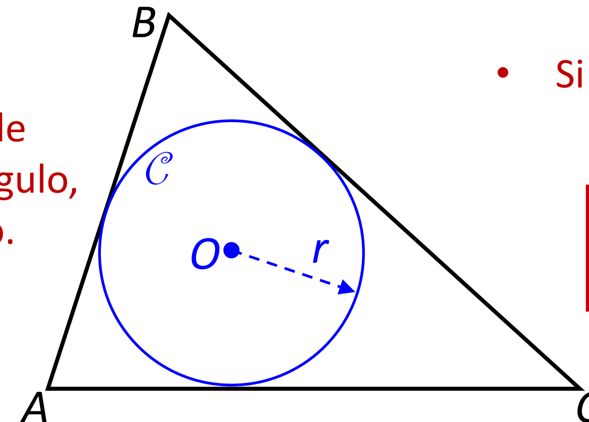
Punto de concurrencia de las tres bisectrices interiores en todo triángulo.

I: incentro



OBSERVACIÓN:

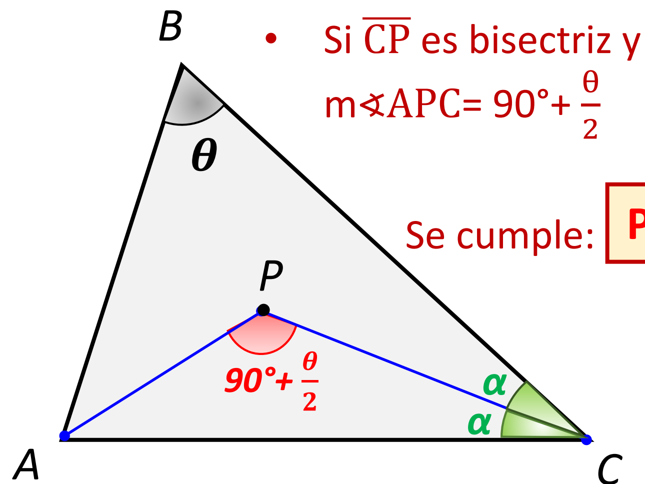
El incentro coincide con el centro de la circunferencia inscrita en el triángulo, a cuyo radio se le denomina inradio.



- Si la ℭ es inscrita al ΔABC:

O: Incentro
r: Inradio

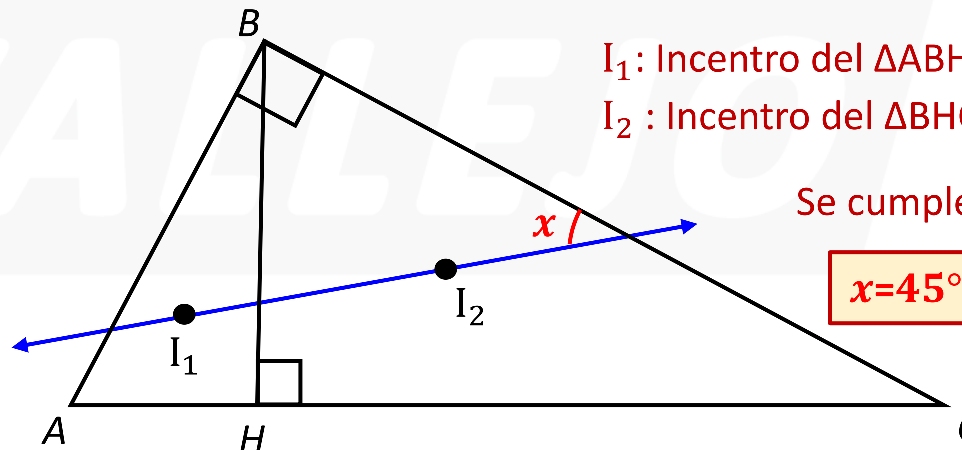
Otro caso para reconocer al incentro.



- Si $\overline{CP}$ es bisectriz y m∢APC= $90° + \frac{\theta}{2}$

Se cumple: **P: Incentro**

Teoremas para tener en cuenta.



I_1: Incentro del ΔABH

I_2 : Incentro del ΔBHC

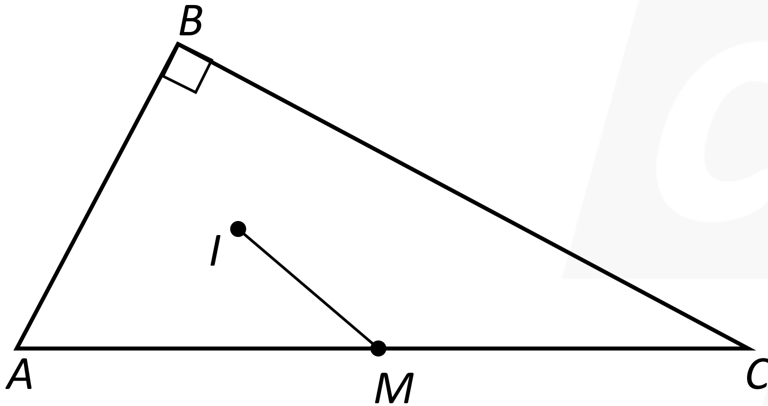
Se cumple:

$x = 45°$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

APLICACIÓN

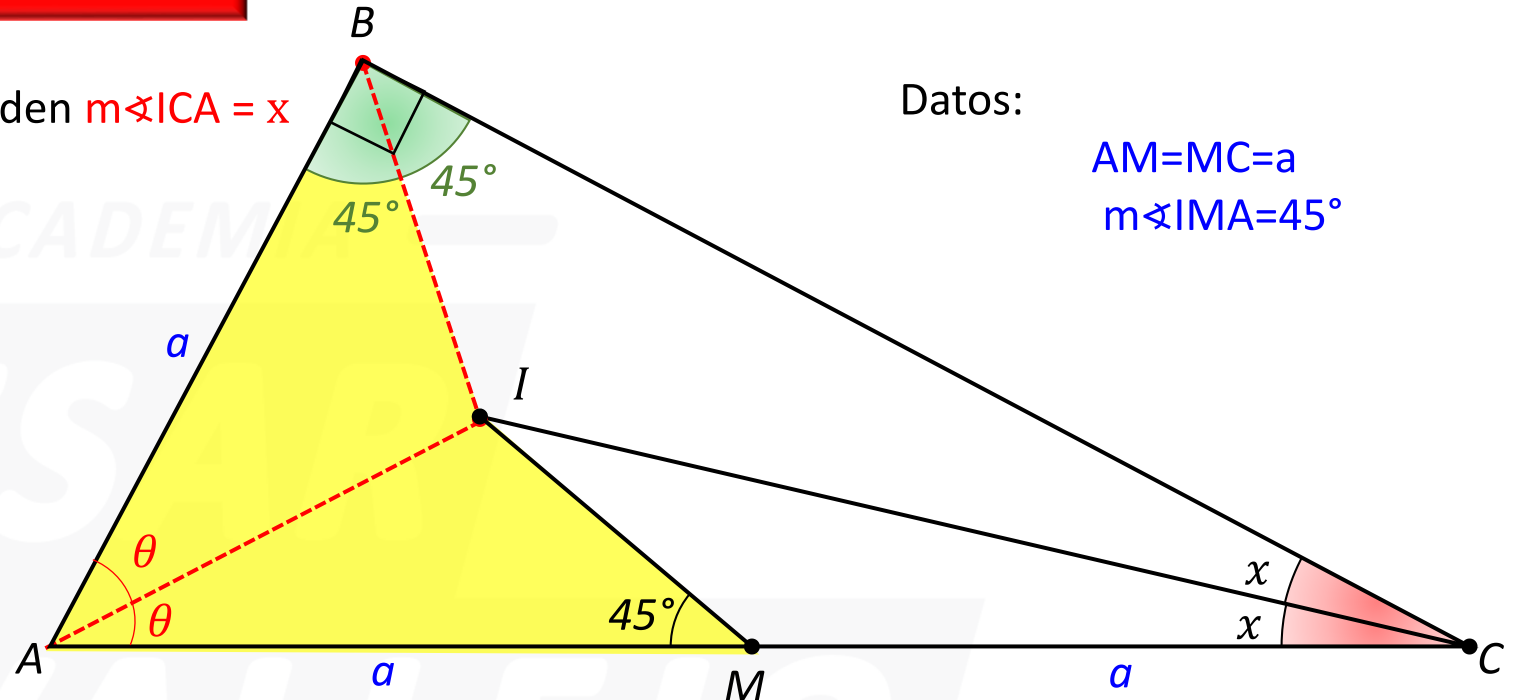
Del gráfico, I es incentro del ⊿ABC. Si AM=MC y m∢IMA=45°. Calcule m∢ICA





RESOLUCIÓN:

Nos piden m∢ICA = x



Datos:

AM=MC=a

m∢IMA=45°

- Como I es incentro del ⊿ABC: $\overline{AI}$, $\overline{BI}$Y $\overline{CI}$ son bisectrices interiores
- Se observa ΔABI ≅ ΔAMI (ALA)

  $\rightarrow AB = a$
- El ΔABC es notable de 30°y 60°

  $\rightarrow 2x = 30°$

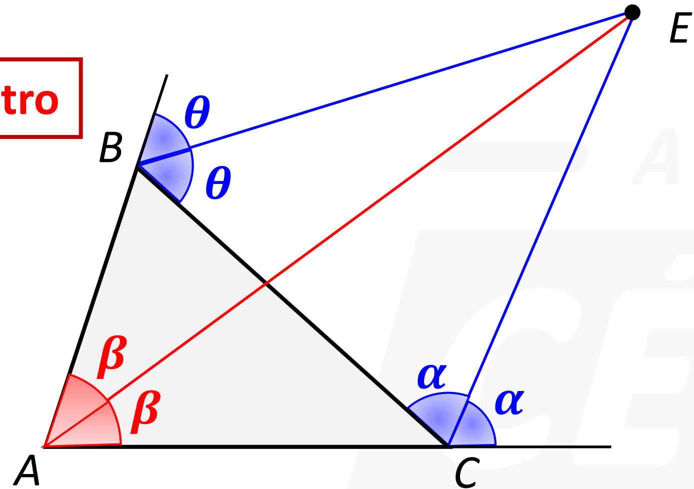
  $\therefore x = 15°$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

EXCENTRO

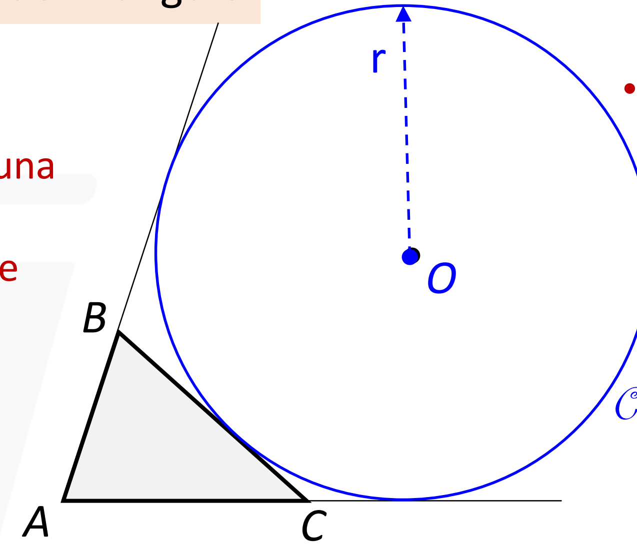
Punto de concurrencia de dos bisectrices exteriores y una interior en todo triángulo.

E: Excentro



OBSERVACIÓN:

Coincide con el centro de una circunferencia exinscrita al triángulo, a cuyo radio se le denomina exradio.

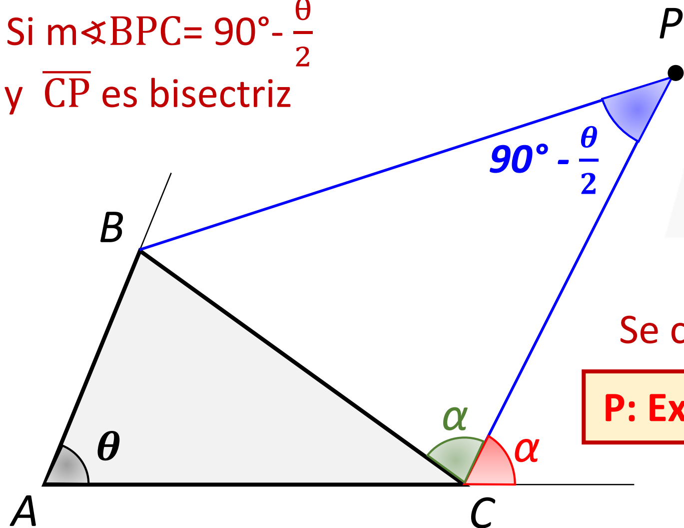


- Si la ℂ es exinscrita al ΔABC relativa al lado $\overline{BC}$:

O: Excentro
r: Exradio

Otro caso para reconocer al excentro.

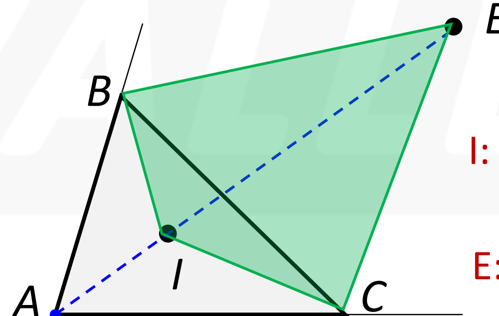
- Si m∢BPC= $90° - \frac{θ}{2}$ y $\overline{CP}$ es bisectriz



Se cumple:

P: Excentro

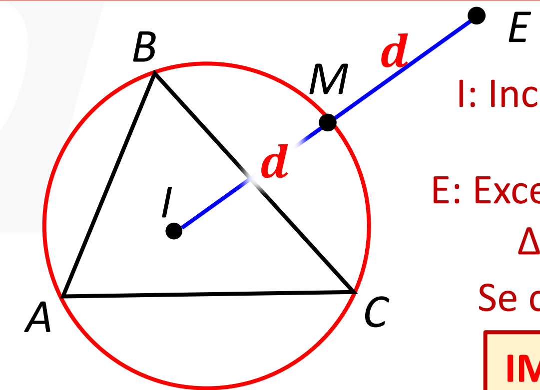
Teoremas para tener en cuenta.



I: Incentro del ΔABC

E: Excentro del ΔABC

Se cumple:
- **A,I y E son colineales**
- **IBEC es inscriptible**



I: Incentro del ΔABC

E: Excentro del ΔABC

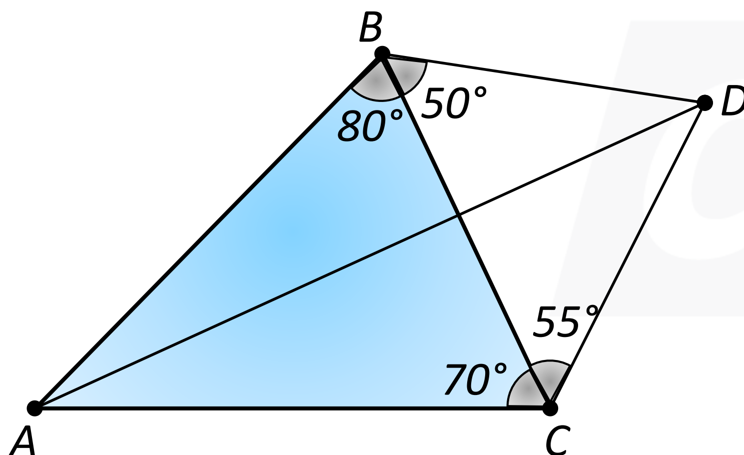
Se cumple:

IM=ME

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

APLICACIÓN

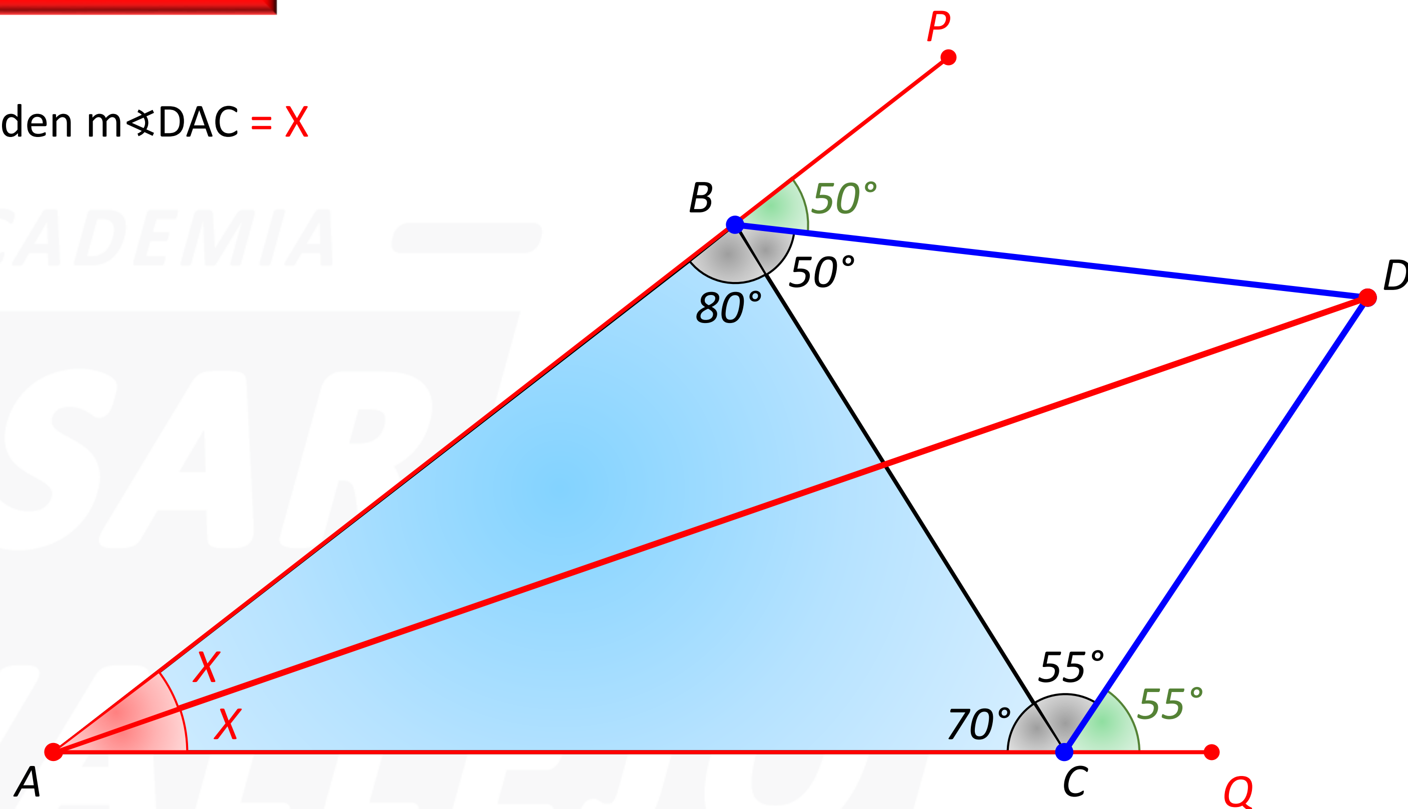
Del gráfico, calcule m∢DAC.





RESOLUCIÓN:

Nos piden m∢DAC = X



- Analizando las medidas en B y C, prolongamos $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$:

  m∢PBD=50°

  m∢QCD=55°

- Por lo tanto $\overline{BD}$ y $\overline{CD}$ son bisectrices exteriores del ΔABC.

D: Excentro del ΔABC

→ $\overline{AD}$ es bisectriz interior:

m∢BAD= m∢DAQ=X

- En el ΔABC:

  2X + 80° + 70° = 180°

  ∴X=15

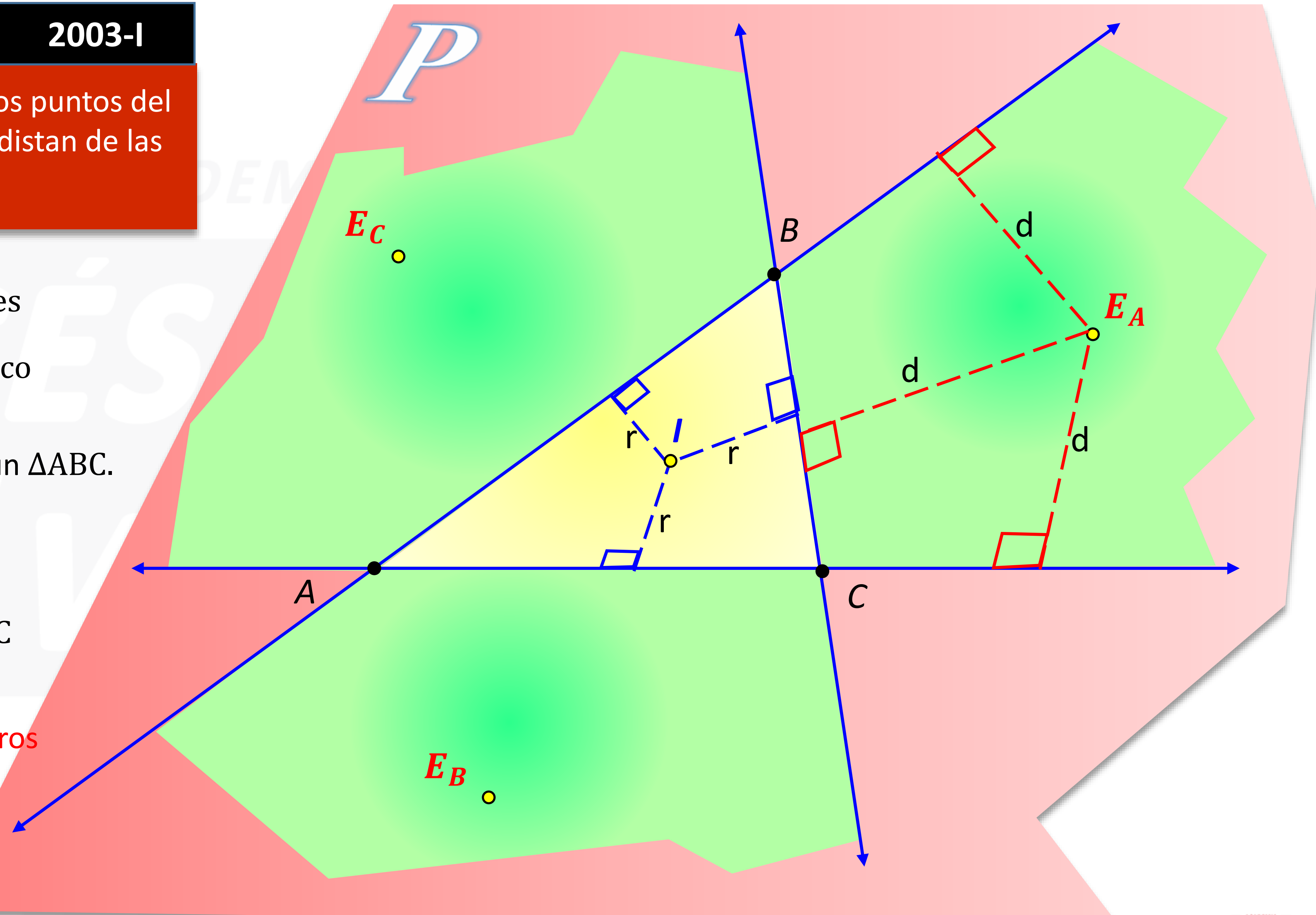
ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

UNI 2003-I

Tres rectas se intersecan dos a dos. ¿Cuántos puntos del plano, determinado por dichas rectas, equidistan de las tres rectas.?

A) Uno B) Dos C) Tres

D) Cuatro E) Cinco



Resolución

- Las rectas determinan el plano P y en él un ΔABC.
- La pregunta es equivalente a pedir la cantidad de puntos que equidistan de los lados del ΔABC en ese plano.
- Analizando las regiones asociadas al ΔABC

➢ En la región interior tenemos al incentro

➢ En la región exterior tenemos a los excentros

Luego los puntos son: I, E_A, E_B y E_C

∴ Respuesta: Son 4 puntos

Clave D

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe